

Organisatorische Regelungen für die Prüfungszulassung

Zur Vorlesung gibt es Übungsblätter mit Aufgaben. Die Aufgaben werden am Anfang der zugehörigen Übung *votiert*. Durch eine Votierung erklärt man sich bereit, zu einer Aufgabe vorzutragen. (Lösungsvorschläge werden diskutiert, sie müssen nicht gleich richtig sein.) Zur Prüfung wird zugelassen, wer

1. *mindestens* die Hälfte der Übungsaufgaben votiert *und*
2. *mindestens* zweimal in den Übungen vorgetragen hat.

1. Übungsblatt — Erinnerung: Vektorrechnung und Geometrie

Aufgabe 1 Vektorrechnung

Gegeben seien die beiden Vektoren $\vec{x} = (3, 1, 2)^\top$ und $\vec{y} = (2, 3, 4)^\top$. Berechnen Sie

- a) den Differenzvektor, der von \vec{x} nach \vec{y} zeigt,
- b) das Skalarprodukt (oder innere Produkt) $\vec{x}^\top \cdot \vec{y}$,
- c) das Vektorprodukt $\vec{x} \times \vec{y}$.
- d) das Matrixprodukt (oder äußere Produkt) $\vec{x} \cdot \vec{y}^\top$,
- e) den Winkel zwischen den beiden Vektoren.

Aufgabe 2 Hessesche Normalform

Bringen Sie folgende Geradengleichungen in die Hessesche Normalform $\vec{r}^\top \cdot \vec{n}_0 - d = 0$:

- a) $3x - 4y - 20 = 0$,
- b) $x + y + 3 = 0$,
- c) $y = bx + c$ mit $c < 0$.

Aufgabe 3 Abstände zu Geraden

- a) Welchen Abstand hat der Ursprung von der Geraden $12x - 5y + 39 = 0$?
- b) Welchen Abstand hat $P_1 \cong (4, 3)^\top$ von der Geraden, die die Koordinatenachsen bei $x = \frac{10}{3}$ und $y = \frac{5}{2}$ schneidet?
- c) Welchen Abstand haben die Parallelen $2x - 3y = 6$ und $4x - 6y = 25$ voneinander?

Aufgabe 4 Ebenengleichungen

Welche Ebene durch den Punkt $\vec{p} = (-3, 0, 2)^\top$ ist senkrecht zur Geraden $\vec{x} = (-1, -2, 0)^\top + k \cdot (1, 1, -1)^\top$ für $k \in \mathbb{R}$?

Aufgabe 5 Punkte auf einer Ebene

Eine Ebene durch den Punkt mit Ortsvektor \vec{p} , die senkrecht zum Vektor \vec{n} verläuft, hat die Gleichung $(\vec{x} - \vec{p})^\top \vec{n} = 0$. Es seien $\vec{p} = (1, -1, 2)^\top$ und $\vec{n} = (1, 2, -3)^\top$.

Welche der folgenden Punkte liegen in der Ebene?

$$P_1 \hat{=} (-2, -1, 1)^\top, P_2 \hat{=} (1, -1, 2)^\top, P_3 \hat{=} (2, -2, 1)^\top.$$

Aufgabe 6 Abstand eines Punktes von einer Ebene

Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Abstandes eines Punktes $\vec{y} = (y_1, y_2, y_3)^\top$ von einer Ebene $(\vec{x} - \vec{p})^\top \vec{n} = 0$. Berechnen Sie mit dieser Formel den Abstand für $\vec{p} = (-1, -1, -1)^\top$, $\vec{n} = (4, -2, 3)^\top$ und $\vec{y} = (3, 14, -6)^\top$.